

# FISICA CLASSICA e FISICA QUANTISTICA

Tre i capitoli principali della F.C., ognuno dei quali ha numerose ramificazioni.

1. **meccanica**
2. **elettromagnetismo**
3. **termodinamica**

In realtà vi è un quarto capitolo della F.C.: la teoria relativistica della gravitazione.

Questa teoria si chiama **relatività generale**, ed è una descrizione geometrica in cui le forze gravitazionali derivano dalla curvatura dello spazio-tempo.

$$\vec{f} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \vec{p} = m\vec{v} \quad \vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon_0} \vec{J}$$

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

**Le eq.sopra scritte, sette in tutto, rappresentano le leggi fondamentali di tutta la F.C.**

Ma non sono molte di più?

Coulomb, Eulero, Ohm, Hooke, .....

E' importante distinguere tra **leggi fondamentali** (poche) e **leggi fenomenologiche** (molte) che in mancanza di meglio sono usate in F.C. per descrivere la materia.

La F.C. ha un limite molto serio: dice di sè di essere una teoria della materia, **ma è completamente incapace di spiegare il comportamento della materia a partire dai suoi costituenti e dalle forze tra di loro.**

Non può spiegare la stabilità dell'atomo e le sue dimensioni, gli spettri di emissione, le proprietà chimiche, perchè un materiale è isolante o conduttore, perchè il sole brilla, .....

**La F.Q. spiega il comportamento della materia a partire dai suoi costituenti e dalle “interazioni” che tra loro si esercitano**

La F.C. non ha quindi più alcun interesse?

Sbagliato. Rimane un formidabile strumento e a partire dalla fine degli anni '70 sta vivendo una nuova vita con lo sviluppo di importanti nuove idee (caos e sistemi dinamici, instabilità e fenomeni di non equilibrio, turbolenza)

**La F.Q. è un salto, compie una rottura rispetto alla F.C.**

F.Q. ha dato fino ad oggi risultati corretti ed è capace di confrontarsi con problemi che vanno dalla fisica dei quarks alla cosmologia.

Dall'atomo  $10^{-10}m$  al nucleo  $10^{-15}m$  alla fisica delle particelle  $10^{-18}m$       Dimensioni stimate dell'universo  $10^{+26}m$

# Titolo: FISICA QUANTISTICA

Docenti: S.Bergia,E.Ercolessi,V.Monzoni

La fisica quantistica ha ormai cento anni di vita. Questa descrizione dei fenomeni ha trasformato la nostra visione del mondo e non è mai stata contraddetta. Il che è eccezionale per una teoria scientifica. Tutte le sue previsioni sono state verificate con straordinaria precisione.

I concetti di base della fisica quantistica, in particolare **l'ampiezza di probabilità e la sovrapposizione lineare degli stati**, che si scontrano con la nostra "intuizione" quando li si incontra per la prima volta, rimangono fondamentali. Dal 1980 si sono avuti importanti sviluppi concettuali, e gli incredibili progressi fatti nelle tecniche di osservazione e nella manipolazione degli atomi rendono possibili oggi esperimenti così delicati da essere ritenuti fino a ieri solo "esperimenti immaginati" (gedanken experiment).

Esperimenti che hanno confermato con grande precisione questi sviluppi concettuali.

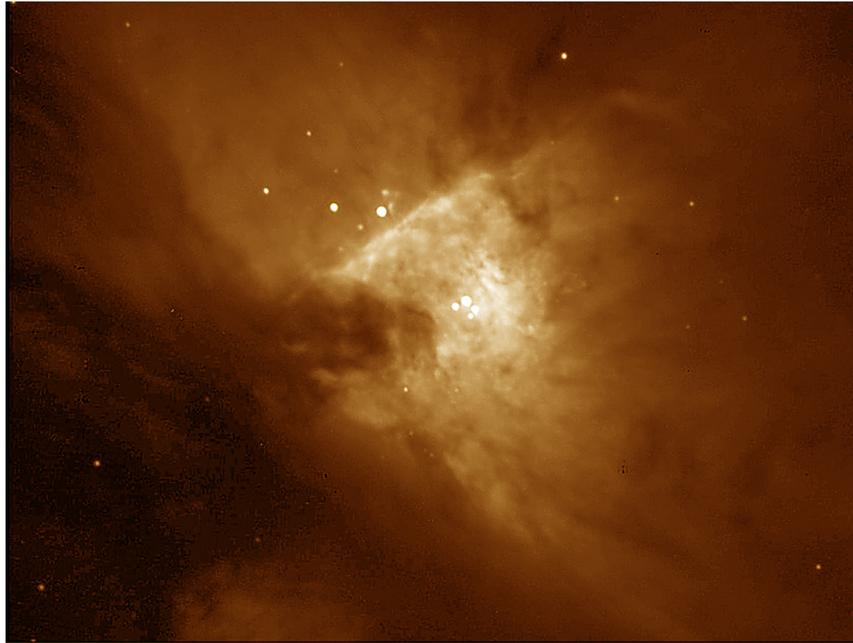
Parallelamente la vita quotidiana è stata invasa da “oggetti” che funzionano sulla base dei fenomeni quantici: laser, lettori ottici, personal computer, telecomunicazioni, N.M.R., energia atomica e nucleare, ma anche quella fotovoltaica,.....

E ancora siamo alla soglia di nuovi e sbalorditivi sviluppi: misure senza interazione, computazione quantistica, teletrasporto.

Contrariamente a quanto avvenuto per altre costruzioni teoriche che in qualche misura sono diventate parte integrante del patrimonio culturale comune, così non è stato per la fisica quantistica.

È sorprendente, ma questa teoria che sta alla base della moderna concezione scientifica del mondo, non è riuscita a superare la ristretta cerchia degli addetti.

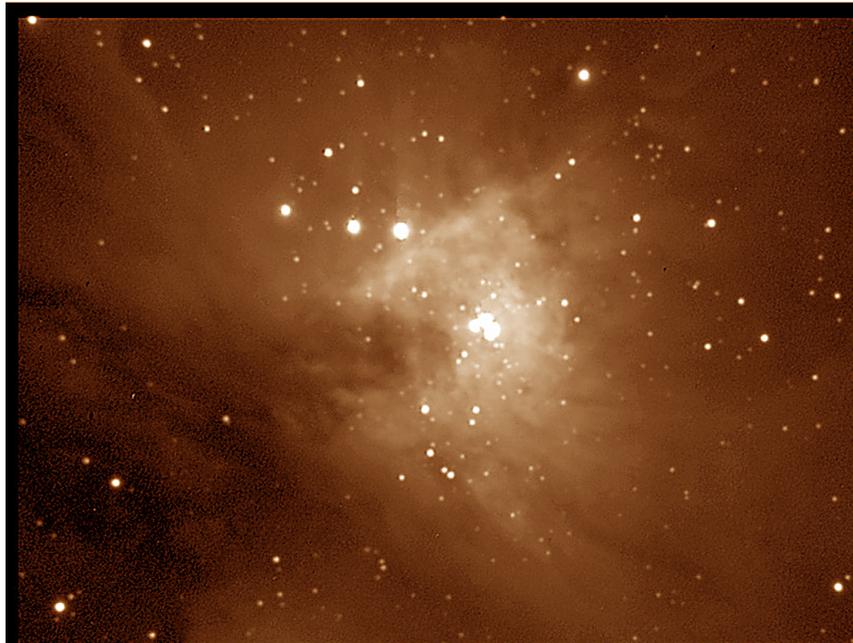
Il corso vuole raccogliere la sfida di rendere accessibili le idee fondamentali della fisica quantistica anche a chi non ha una specifica preparazione scientifica e matematica.



*Visible*

nebulosa M42

a sud della cintura di Orione



*IR > 742*

tutto un nuovo mondo si rivela

## I “FATTI” DELLA F.Q.

- la radiazione del corpo nero
- la struttura del campo e.m.(i fotoni,l'effetto fotoelettrico)
- effetto Compton
- gli exp. di interferenza (e diffrazione)

1.Dagli exp. classici a quelli attuali

A partire dal 1980 le moderne tecniche sperimentali hanno permesso di verificare l'interferenza (e la diffrazione) di particelle con exp. basati su principi semplici e **suscettibili di una interpretazione diretta.**

Gli exp. con neutroni sono particolarmente chiari ed eleganti.

La diffrazione di neutroni attraverso un cristallo è un exp. classico da molti anni, ma

gli exp. che si fanno oggi sono realizzati usando **dispositivi macroscopici** con fenditure che possono essere viste a occhio nudo, invece che con un reticolo cristallino con distanze dell'ordine dell'Amstrong.

Gli exp. furono compiuti negli anni '80 da un gruppo di Innsbruck usando il reattore nucleare dell'Istituto Laue-Langevin a Grenoble. I neutroni sono prodotti dalla fissione di uranio-235 nel cuore del reattore e quindi incanalati agli exp.

**Le fenditure sono visibili ad occhio nudo e la figura di interferenza è macroscopica.**

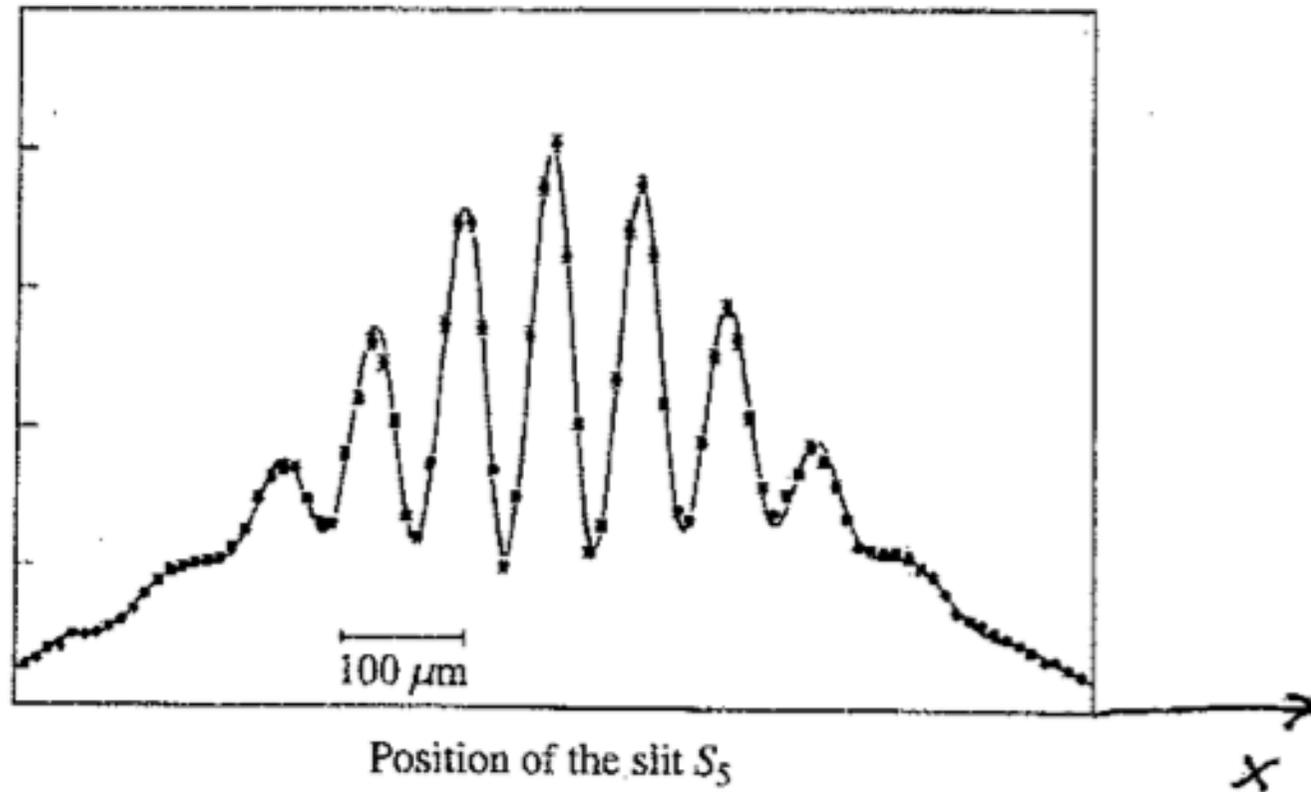


Fig. 1.9. Young's slit experiment using neutrons. The full line is the theoretical prediction. From A. Zeilinger *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **60**, 1067 (1988).

Il calcolo teorico che tiene conto dei vari parametri dell'exp. è in ottimo accordo con i risultati sperimentali.

Vale la pena sottolineare una differenza cruciale rispetto ad un exp. di interferenza ottica: **la figura di interferenza è fatta di urti individuali di neutroni isolati ed è ricostruita dopo, quando l'exp. è compiuto.**

Il contatore si muove lungo lo schermo nella direzione  $x$  e registra in ogni punto dello schermo (in un intorno di ogni punto) i neutroni che arrivano in un dato intervallo di tempo.

Gli urti isolati sono illustrati nella fig. per un exp. compiuto con atomi freddi.

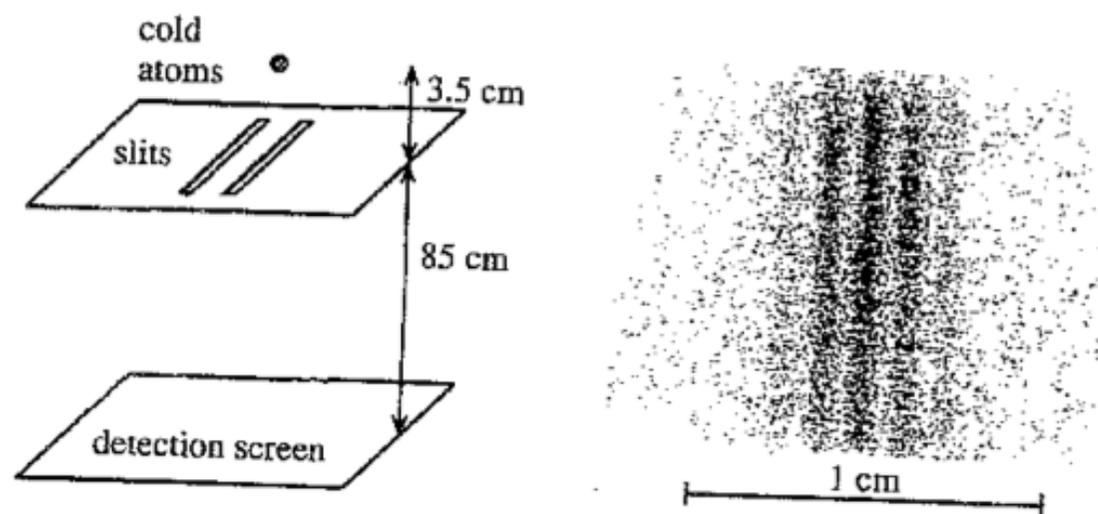


Fig. 1.10. Interference using cold atoms. From Basdevant and Dalibard [2002].

Oltre ai neutroni freddi e agli atomi, altri tipi di particelle sono state usate negli exp. di diffrazione e interferenza.

-fotoni\*

-elettroni

-molecole leggere

-fullerene C<sub>60</sub> (1999)

-fluorofullerene C<sub>60</sub>F<sub>48</sub> (2003)

\*

A.Aspect,P.Grangier,G.Roger,Dualité onde-corpuscule pour un photon unique.

*J. Optics (Paris)* **20**, 119 (1989)

## INTERPRETAZIONE DEGLI ESPERIMENTI

Ci sono tutti i motivi per assumere che i risultati visti siano **universali**, indipendenti dal tipo di particelle.

## **Prima questione fondamentale da chiarire.**

In un **exp. classico** si deve suddividere sempre o l'ampiezza o il fronte d'onda e **l'interferenza è sempre tra due onde reali** che si sovrappongono in una stessa regione dello spazio (fenomeno che è visibile ad occhio nudo nel caso di onde sulla superficie dell'acqua).

Nel caso dei neutroni, **exp. quantistico**, ogni neutrone arriva separatamente e l'intervallo tra un neutrone e il successivo è tale che quando un neutrone è rivelato sullo schermo, il successivo è ancora nel reattore nucleare confinato dentro un atomo di uranio.

L'ipotesi più semplice è pensare che anche nel caso dei neutroni succeda la stessa cosa: il neutrone si divide in due e ogni metà passa da una fenditura.

Questa ipotesi non tiene perchè il “contatore di neutroni” **rivela sempre e solo un neutrone intero**, mai una frazione di neutrone

Dobbiamo perciò assumere che **una particella quantistica possiede contemporaneamente “proprietà corpuscolari” e “proprietà ondulatorie” e interferisce solo con se stessa.**

**E' un oggetto nuovo e strano.**

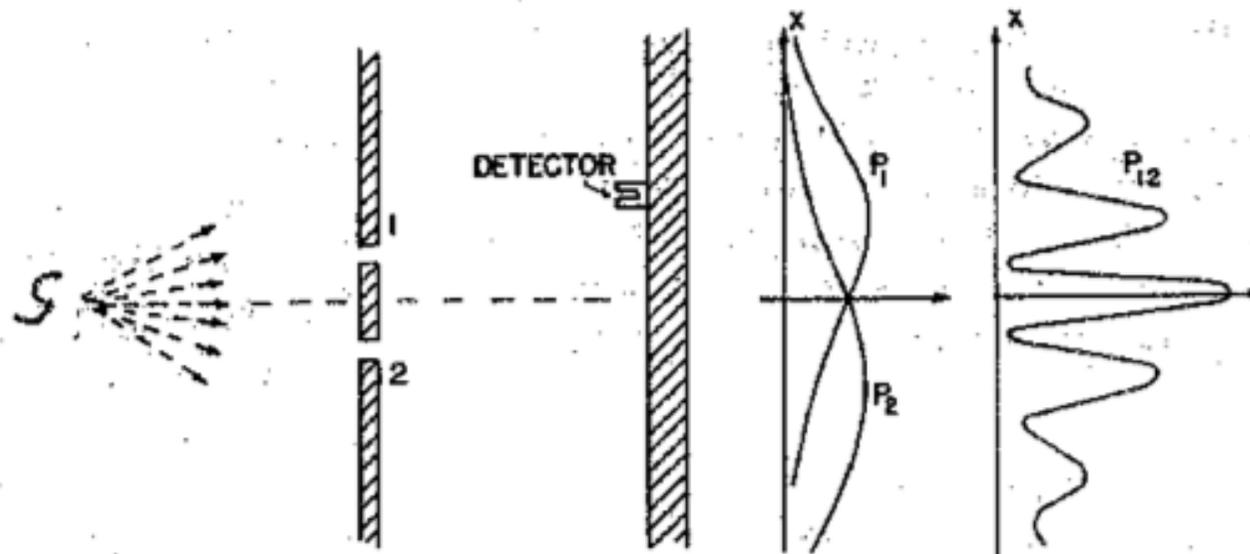
**Nuovo.** Finiremo di vederlo.

**Strano.** E' in riferimento alla F.C. che vedeva il mondo diviso in due diverse entità di base: corpuscoli e onde

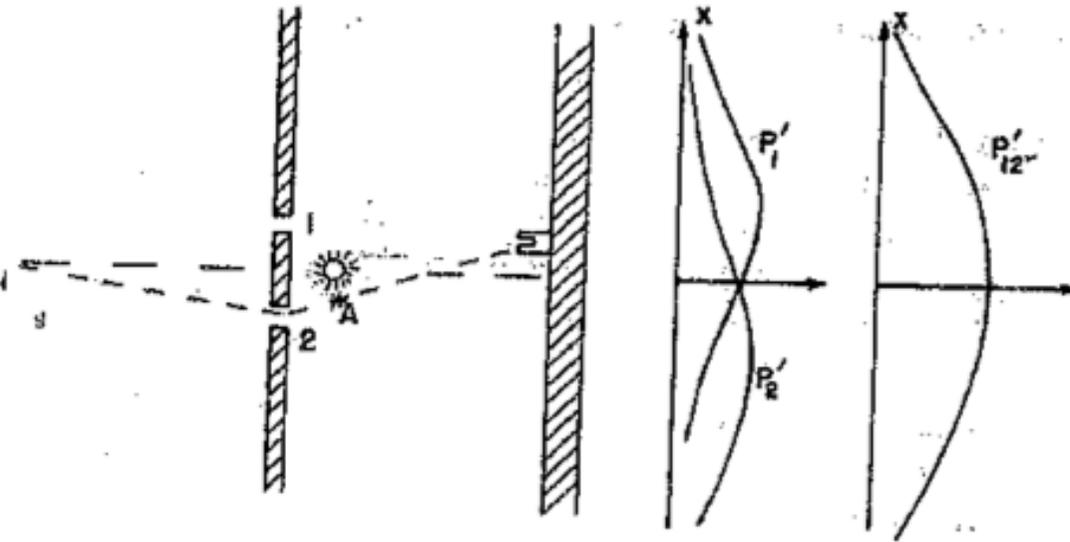
**La F.Q. ha una unica entità di base: la "particella quantistica".**  
(“quantone”)

**Se il neutrone è indivisibile è possibile sapere attraverso quale fenditura è passato?**

Se una fenditura è chiusa osserviamo sullo schermo la figura di diffrazione corrispondente all'altra fenditura e viceversa



Se la situazione sperimentale è tale che è possibile dire da quale fenditura è passato il neutrone, allora quello che osserviamo sullo schermo è la sovrapposizione delle intensità delle figure di diffrazione di ogni fenditura.



In questo caso i neutroni possono essere divisi in due gruppi: quelli passati dalla fenditura 1 per cui la fenditura 2 avrebbe potuto essere chiusa senza cambiare il risultato, e quelli passati per la fenditura 2.

**Osserviamo la figura di interferenza solo se l'apparato sperimentale è tale che non permette di conoscere da quale fenditura è passato il neutrone, neanche in linea teorica.**

Riassumendo:

- I. se l'apparato sperimentale non permette la conoscenza di da quale fenditura è passato il neutrone, osserviamo la figura di interferenza.
- II. se l'apparato permette in teoria di conoscere da quale fenditura è passato il neutrone, verrà distrutta l'interferenza, indipendentemente dal fatto che si vada realmente a determinare da quale fenditura è passato

**Seconda questione fondamentale da chiarire è che non possiamo sapere a priori in quale punto dello schermo arriverà un dato neutrone.**

Possiamo solo affermare che **la probabilità** del neutrone di arrivare è grande se in quel punto abbiamo un massimo di interferenza; è piccola se in quel punto abbiamo un minimo di interferenza.

## **LA COSTRUZIONE DELLA NUOVA TEORIA. LA F.Q.**

### **1. AMPIEZZA DI PROBABILITA'**

Come abbiamo visto la descrizione teorica della particella quantistica (d'ora in poi semplicemente particella) conduce a coppie di concetti inizialmente legati alle particelle classiche da un lato (energia e quantità di moto) alle onde classiche dall'altro (pulsazione e numero d'onda).

Le relazioni di Planck-Einstein e di DeBroglie

$$E = \hbar\omega \qquad \vec{p} = \hbar\vec{k}$$

stabiliscono questa identificazione, ma questo va **necessariamente** a conferire ai concetti così sintetizzati dei **caratteri qualitativamente diversi** e nuovi rispetto a quelli dei concetti classici originali.

Riprendiamo la precedente discussione e cerchiamo di renderla quantitativa.

Introduciamo una **funzione complessa** di  $x$ ,  $a_1(x)$  associata al passaggio attraverso la fenditura 1 di un neutrone che arriva nel punto  $x$  sullo schermo [e  $a_2(x)$  rispettivamente ]

Chiamiamo questa funzione **ampiezza di probabilità**.

Il modulo quadro dà l'intensità (probabilità).

se è chiusa la fenditura 2  $I_1(x) = |a_1(x)|^2$

se è chiusa la fenditura 1  $I_2(x) = |a_2(x)|^2$

La regola per ottenere i risultati visti è:

caso I (interferenza) 
$$I(x) = |a_1(x) + a_2(x)|^2 =$$
$$= |a_1(x)|^2 + |a_2(x)|^2 + 2\text{Re}a_1(x)a_2^*(x)$$

**cioè si sommano le ampiezze**

caso II 
$$I(x) = |a_1(x)|^2 + |a_2(x)|^2 = I_1(x) + I_2(x)$$

cioè **si sommano le intensità**

L'intensità non è altro che che il numero di neutroni  $N(x)$  che arrivano sullo schermo per unità di lunghezza e per secondo.

**N.B.** Per rendere conto della natura probabilistica del punto di arrivo sullo schermo del neutrone,  $a_1$  e  $a_2$  **non possono essere grandezze fisiche misurabili** (cioè non sono ampiezze d'onda che misurano per es. l'ampiezza di una vibrazione).

E' solo il loro modulo quadro che è misurabile e dà la probabilità di arrivo del neutrone.

Per continuare nella analisi dei dettagli nascosti rendiamo più generali le formule precedenti.

Si abbia uno **stato iniziale i** ed un possibile **stato finale f**.

**Qual'è la probabilità  $P_{i \rightarrow f}$  di trovare la nostra particella nello stato finale f ?**

Per rispondere devo trovare quale è l'**ampiezza di probabilità**  $a_{i \rightarrow f}$

$$a_{i \rightarrow f} = a_{i \rightarrow f}^{(1)} + a_{i \rightarrow f}^{(2)} + \dots + a_{i \rightarrow f}^{(n)}$$

$$P_{i \rightarrow f} = |a_{i \rightarrow f}|^2$$

Gli stati i e f sono **univocamente specificati dai parametri che definiscono gli stati iniziali e finali dell'intero apparato sperimentale**.

**Se desideriamo avere informazioni su “da quale fenditura” passa il neutrone, possiamo farlo solo integrando l’apparato delle due fenditure in un apparato più grande.**

Allora lo stato finale di questo apparato più grande sarà funzione anche di altri parametri oltre al punto  $x$  in cui arriva il neutrone, che lo rendono capace di dire da quale fenditura è passato il neutrone.

Quindi lo stato finale di questo apparato più grande dipenderà da quale fenditura è passato il neutrone: cioè sarà  **$f'$  diverso da  $f$**

Riassumendo:

si sommano le ampiezze per stati finali identici

si sommano le probabilità per stati finali differenti

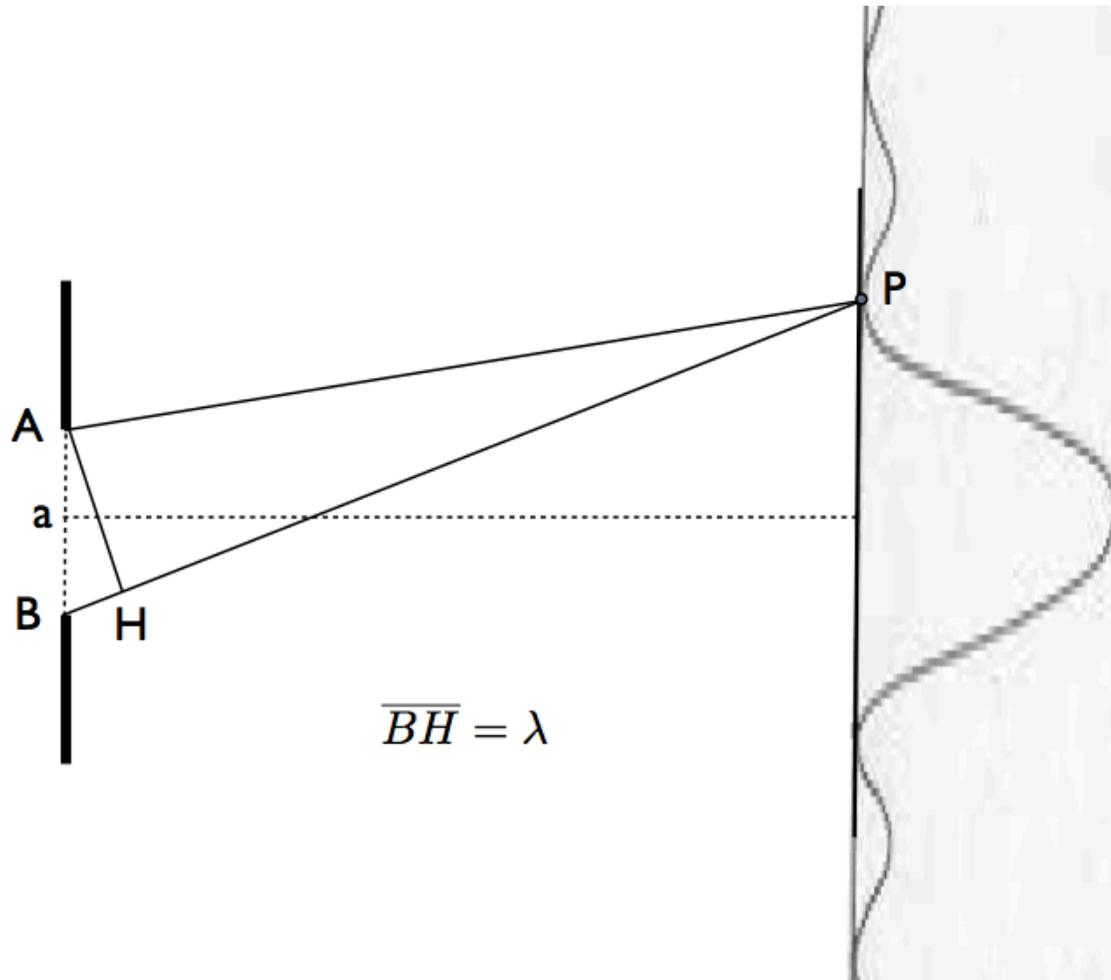
Gli stati finali sono differenti anche se riguardano parametri diversi da quelli che interessano l’exp.,

ma che sono, anche solo in teoria, accessibili.

Anche se non li osserviamo determinano stati finali differenti.

# LE DISEGUAGLIANZE DI HEISENBERG

Torniamo ad un exp. di diffrazione per ricavare una relazione fondamentale, il principio di indeterminazione di H. che chiameremo semplicemente disequaglianze di H.



Sia  $a$  la larghezza della fenditura.

Allora la posizione della particella sull'asse delle  $x$  sarà nota con una

imprecisione  $\Delta x = a$

La larghezza angolare del massimo centrale di diffrazione è  $\approx \frac{\lambda}{\Delta x}$

L'imprecisione per  $p_x$  (componente del momento della particella lungo

l'asse delle  $x$ ) è  $\Delta p_x \approx p \left( \frac{\lambda}{\Delta x} \right)$

e usando l'ipotesi di deBroglie  $p = \frac{h}{\lambda}$

risulta  $\Delta p_x \approx \frac{h}{\Delta x}$

Si ottiene così la relazione:  $\Delta p_x \Delta x \approx h$

Le relazioni precise che è possibile ricavare rigorosamente sono

$$\Delta p_i \Delta x_i \geq \frac{1}{2} \hbar \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} \quad i = x, y, z$$

Le diseguaglianze riguardano solo componenti omonime.

Quando si interpreta un exp. di diffrazione si dice spesso che il

passaggio della particella attraverso una fenditura di larghezza  $\Delta x$

fornisce una misura della coordinata  $x$  della particella con una precisione  $\Delta x$ , e che questa misura perturba il momento della particella di una quantità

$$\Delta p_x \approx \frac{h}{\Delta x}$$

**In realtà le diseguaglianze di H. non hanno nulla a che fare con una misura sperimentale di posizione e di impulso, ma derivano dalla descrizione matematica di una particella quantistica fondata sul comportamento sperimentale.**

La presenza della costante  $h$  nel membro di destra delle diseguaglianze di H. ne testimonia il carattere specificatamente quantistico.

**$h$  caratterizza la F.Q.** così come  $c$  caratterizza la fisica relativistica

La validità della F.C. nel suo dominio è giustificata dal fatto che il limite inferiore imposto da questa diseguaglianza è molto piccolo rispetto al prodotto corrispondente delle incertezze di origine sperimentale sui valori numerici delle proprietà classiche.

**Queste incertezze sono largamente superiori alle dispersioni intrinseche di origine quantistica e le mascherano completamente.**

Es.: prendiamo una pallina, sia  $m=10\text{gr}$  la sua massa

posizione  $x$  determinata con un errore  $\delta x_{exp} = 0,1\text{mm}$

velocità  $v$  determinata con un errore  $\delta v_{exp} = 1\text{mm s}^{-1}$

allora il prodotto delle incertezze sperimentali è:

$$\begin{aligned}\delta x_{exp} \delta p_{exp} &= 10^{-4} \times 10^{-2} \times 10^{-3} \text{kgm}^2 \text{s}^{-1} \\ &= 10^{-9} \text{kgm}^2 \text{s}^{-1} \\ &= 10^{25} \hbar\end{aligned}$$

Bisognerebbe dunque migliorare in modo incredibile la precisione sperimentale delle misure delle grandezze classiche prima di raggiungere il limite di validità imposto dalle dispersioni intrinseche quantistiche.

**Anche questo esempio deve fare comprendere che le dispersioni quantistiche non hanno niente a che fare con delle “incertezze”, contrariamente ad una terminologia ancora in uso, ereditata dalla difficile e confusa nascita della F.Q.**

Classicamente una grandezza fisica ,la posizione per es.,ha un valore ben determinato  $x$ , ma che può essere conosciuto male,con una incertezza

$$\delta x_{exp}$$

**Quantisticamente questa grandezza non ha un valore unico;**  $\Delta x$   
traduce una dispersione intrinseca della posizione,che non c'entra nulla con la nostra ignoranza, nel senso di non completa conoscenza.

Usiamo ora le disequaglianze di H. per riprendere la discussione sulla possibilità di distinguere le traiettorie in un exp. di interferenza con neutroni.

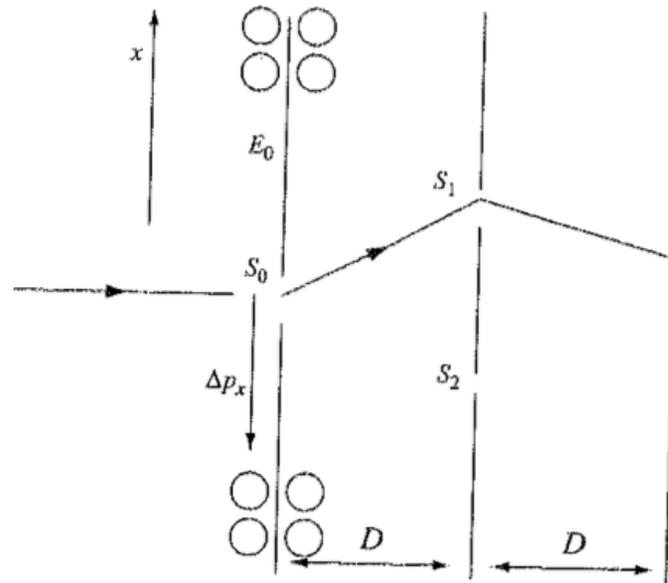


Fig. 1.12. The Bohr-Einstein controversy. Slits  $S_1$  and  $S_2$  are Young's slits. Slit  $S_0$  is located in a screen which can move vertically.

Einstein propose l'apparato di figura per determinare se la particella passa attraverso la fenditura  $S_1$  o  $S_2$ .

Quando la particella passa dalla fenditura  $S_0$ , per la conservazione del momento, trasferisce un momento verso il basso allo schermo  $E_0$  se passa dalla fenditura  $S_1$  e un momento verso l'alto se passa dalla fenditura  $S_2$ .

Sembra quindi possibile determinare attraverso quale fenditura è passata la particella.

Questa la risposta vincente di Bohr: se lo schermo  $E_0$  riceve un momento  $\delta p_x$

che può essere misurato ,questo significa che l'incertezza iniziale  $\Delta p_x$

nella conoscenza del momento dello schermo era molto minore di  $\delta p_x$

e quindi la posizione iniziale dello schermo è determinata con una

incertezza dell'ordine di  $\frac{h}{\Delta p_x}$

**Tale imprecisione nella posizione della sorgente è sufficiente a distruggere l'interferenza.**

Da quanto abbiamo visto spero sia chiaro che:  
non è la perturbazione della traiettoria della particella che distrugge l'interferenza; **il punto cruciale è la possibilità di distinguere la traiettoria.**

E' possibile immaginare e anche costruire sperimentalmente un apparato che distingue la traiettoria senza perturbare il moto della particella ma questo è sufficiente a distruggere l'interferenza

Vediamo un apparato che non è ancora stato realizzato sperimentalmente, ma che può, con ulteriori sviluppi della tecnologia, diventare fattibile. L'apparato proposto usa atomi in modo che è possibile sfruttare i loro "gradi di libertà interni" e non perturbare la traiettoria del loro centro di massa.

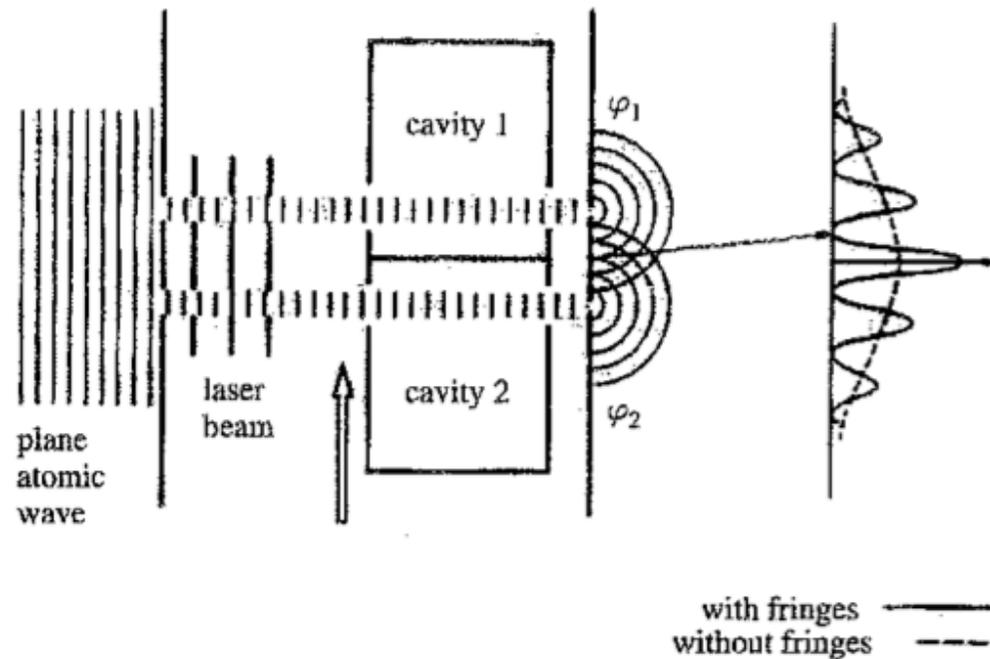


Fig. 1.13. Tagging of trajectories in Young's slit experiments. Taken from B. Englert, M. Scully, and H. Walther, Origin of quantum mechanical complementarity probed by a "which way" experiment in an atom interferometer. *Nature* 351, 111 (1991).

Altri tipi di apparati che distinguono le traiettorie senza alcuna perturbazione sono stati effettivamente realizzati, ma per essere discussi richiedono conoscenze più avanzate di F.Q..

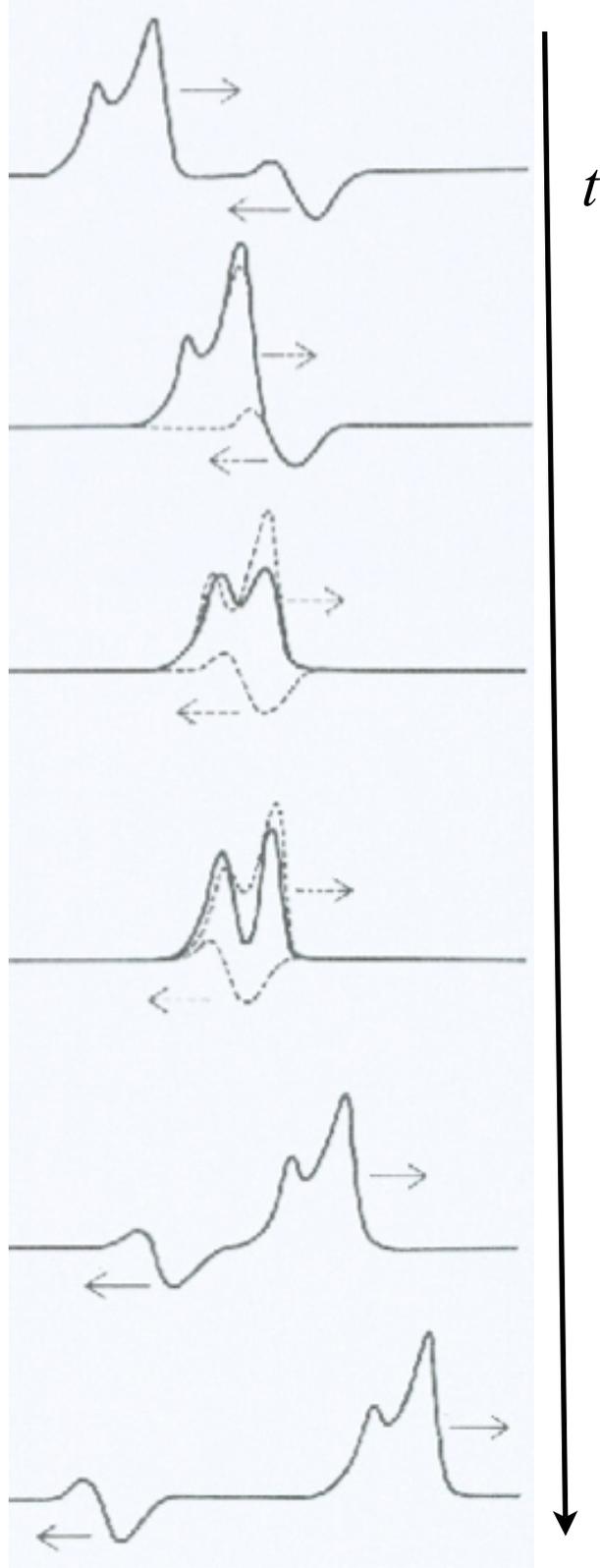
## Riassumendo:

- le diseguaglianze di H. discendono da come è descritta una particella
- l'impossibilità di costruire un apparato capace di distinguere da quale fenditura è passata la particella senza distruggere l'interferenza è la “prova sperimentale” delle diseguaglianze di H.

Applicazione delle diseguaglianze di H.:  
le dimensioni dell'atomo

Le nuove possibilità:  
alcuni esempi

**NOTA** sul principio di sovrapposizione (P.S.)



siano  $\Psi_1(x, t)$  e  $\Psi_2(x, t)$

i due campi (onde) di fig., soluzioni dell'equazione del campo studiato.

La domanda è : qual'è il campo (onda) nella zona di sovrapposizione? qual'è la natura della “combinazione” ?

Se le equazioni di campo sono lineari

$$\Psi(x, t) = \Psi_1(x, t) + \Psi_2(x, t)$$

è ancora soluzione. In ogni punto il campo è semplicemente la somma algebrica dei campi. La “combinazione” si riduce all'addizione.

Per il campo studiato vale il **Principio di Sovrapposizione (P.S.)**

onda classica  $\Rightarrow$  interferenza/diffrazione      vero

onda classica  $\Leftarrow$  interferenza/diffrazione      falso

interferenza/diffrazione  $\Rightarrow$  **P.S.**      vero